UNIVERSIDAD DE MÁLAGA

Departamento de Física Aplicada II

E.T.S.I. INDUSTRIALES

CINEMÁTICA DE LA PARTÍCULA

Relación de problemas

1. Desde lo alto de un precipicio se deja caer una piedra, y un segundo más tarde se lanza otra piedra verticalmente hacia abajo con una velocidad de 18 m/s. ¿A qué distancia por debajo del punto más alto del precipicio alcanzará la segunda piedra a la primera? (g = 10 m/s^2)
SOL: 13,20 m

2. La velocidad de una partícula que se mueve en el plano XY viene dada por la ecuación $\vec{v} = (4t-1)\vec{i} + 2\vec{j}\ (\text{S.I.})$. Se conoce que en el instante t =1 s la partícula se encuentra en $\vec{r} = 3\vec{i} + 4\vec{j}\ (\text{S.I.})$. Obtenga la ecuación de la trayectoria.
SOL: $2x=y^2-5y+10$

3. Una pelota resbala por un tejado que forma un ángulo de 30° con la horizontal y, al llegar al borde, queda en libertad con una velocidad de 10 m/s. La altura desde el borde del tejado es 60 m y la anchura de la calle es 30 m. Calcular: a) la ecuación de la trayectoria descrita por la pelota, b) ¿caerá al suelo o chocará con la pared opuesta? c) situación de la pelota en el instante en que su velocidad forma un ángulo de 45° con la horizontal. (g = 10m/s^2). **NOTA:** El sistema de referencia se ha tomado con origen en el punto de salida (borde del tejado) y eje vertical positivo hacia abajo.
SOL: a) $y = \dfrac{x\sqrt{3}}{3} + \dfrac{x^2}{15}$; b) cae al suelo, c) x = 3,17 m; y = 2,50 m

4. La velocidad de una partícula en un cierto instante, es $\vec{v} = 5\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}\ (\text{m/s})$ y su aceleración $\vec{a} = -2\vec{i} - 3\vec{j}\ (\text{m/s}^2)$. Determinar: a) el módulo de su aceleración tangencial, b) el módulo de su aceleración normal y c) el radio de curvatura en dicho instante.
SOL: a) 0,69 m/s^2; b) 3,54 m/s^2; c) 9,33 m

5. En un movimiento rectilíneo se mantiene constante el producto de su posición por su velocidad. Encontrar la ecuación de la posición en función del tiempo para este movimiento.
SOL: $x = \sqrt{x_0^2 + 2kt}$

6. Un punto se mueve según el sentido positivo del eje de abscisas de modo que $v = \beta\sqrt{x}$, donde ß es una constante positiva. Si el punto empieza a moverse desde el origen, calcular: a) la posición en función del tiempo, b) la dependencia entre la velocidad y el tiempo, c) la dependencia entre la aceleración y el tiempo, d) la velocidad media entre x=0 y x=s.
SOL: a) $x=\beta^2t^2/4$; b) $\beta^2 t/2$; c) $a=\beta^2/2$; d) $v_m = \beta\sqrt{s}/2$

7. Un móvil, situado inicialmente en el origen de coordenadas, tiene una velocidad inicial v_0 dirigida en el sentido positivo del eje x. Simultáneamente se le comunican dos aceleraciones constantes, una dirigida en el sentido negativo del eje x y otra en el sentido positivo del eje y, siendo a el módulo de ambas aceleraciones. Hallar: a) la ecuación de la trayectoria del móvil, b) coordenadas del móvil en el instante en que su rapidez sea mínima, ¿cuánto vale esa rapidez mínima?
SOL: a) $(x+y)^2 - \dfrac{2v_0^2 y}{a} = 0$; b) $\left(\dfrac{3v_0^2}{8a}, \dfrac{v_0^2}{8a}\right)$ * $v_{\min} = \dfrac{v_0\sqrt{2}}{2}$

8. Desde la plataforma de un camión que marcha a 20 m/s se lanza un objeto verticalmente y hacia arriba con una velocidad de 8 m/s. a) ¿Qué tiempo empleará el objeto en regresar al punto de lanzamiento? b) ¿Cuál será su máxima altura? c) ¿Cuál sería la ecuación de la trayectoria del objeto para un observador situado en la carretera? (g = 10 m/s^2)
SOL: a) 1,6 s; b) 3,2 m; c) $y=0{,}4x-0{,}0125x^2$

9. La brújula de un avión indica que su proa se dirige hacia el norte y su indicador de velocidad señala que se mueve respecto al aire con una rapidez de 120 km/h. Si hay un viento de 50 km/h, que sopla de Oeste a Este, calcular: a) la rapidez del avión respecto a tierra, b) ¿en qué dirección debe el piloto mantener el rumbo para marchar en dirección norte? ¿cuál será entonces su rapidez?
SOL: a) 130 km/h, b) 24,6° (Noroeste); 109,1 km/h

10. Un proyectil es lanzado con una velocidad $\vec{v}_0 = \vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ (m/s) desde el punto de coordenadas (2,1,1) m. Si está sometido a la aceleración de la gravedad dada por $\vec{g} = -10\,\vec{k}\ \left(\mathrm{m/s^2}\right)$ y a una fuerza debida al viento que le produce una aceleración en la dirección positiva del eje x de 2 m/s^2, calcular las ecuaciones $\vec{a} = \vec{a}(t)$, $\vec{v} = \vec{v}(t)$ y $\vec{r} = \vec{r}(t)$
SOL: $\vec{a} = 2\vec{i} - 10\vec{k}\ \left(\mathrm{m/s^2}\right)$; $\vec{v} = (1+2t)\vec{i} - 3\vec{j} + (2-10t)\vec{k}\ (\mathrm{m/s})$;
$\vec{r} = \left(2+t+t^2\right)\vec{i} + (1-3t)\,\vec{j} + \left(1+2t-5t^2\right)\vec{k}\ (\mathrm{m})$

11. Un punto se mueve siguiendo una trayectoria plana. Su aceleración tangencial es a_t = K y su aceleración normal $a_n = ct^4$, siendo K y c dos constantes positivas. El punto inicia su movimiento en el instante t=0. Determinar el radio de curvatura de la trayectoria.
SOL: $R = K^2/ct^2$

12. Las ecuaciones paramétricas de la posición de una partícula vienen dadas por: $\left\{ \begin{array}{l} x = 2\,\mathrm{sen}\,\omega t \\ y = 2\cos\omega t \end{array} \right\}$ Hallar: a) la rapidez en cualquier instante, b) los módulos de las aceleraciones normal y tangencial en cualquier instante, c) la ecuación de la trayectoria y el tipo de movimiento descrito por el cuerpo.
SOL: a) $v = 2\omega$; b) $a_t = 0$; $a_n = 2\omega^2$; c) $x^2 + y^2 = 4$; Movimiento circular uniforme de radio 2

13. Una piedra se lanza horizontalmente con una velocidad de 10 m/s. Hallar el radio de curvatura de su trayectoria a los 3 s de comenzar el movimiento. (g = 10 m/s^2)
SOL: 316,2 m

14. Un punto material describe un movimiento circular de radio 2 cm. La relación entre la posición del punto y el tiempo viene expresada por la ecuación $s=0{,}1t^3$ (cm, s). Hallar el módulo de las aceleraciones normal y tangencial del punto en el instante en que su velocidad vale 0,3 m/s.
SOL: a_n = 4,5 m/s^2; a_t = 0,06 m/s^2

15. Un punto material se mueve describiendo una circunferencia de 10 cm de radio con una aceleración tangencial constante. Hallar el módulo de esa aceleración sabiendo que al finalizar la quinta vuelta, contada desde el momento en que empieza a moverse el punto, la rapidez de éste es de 79,2 cm/s.
SOL: 0,1 m/s^2

16. Determinar la aceleración angular de una rueda sabiendo que al cabo de 2 s de comenzar su movimiento uniformemente acelerado, el vector aceleración de un punto situado en su llanta forma un ángulo de 60° con la dirección de la velocidad lineal de este mismo punto.
SOL: 0,433 rad/s^2